

GMSC/1081/MAIN/2018
Yearly Examination April 2018
B.Sc. First Year
Mathematics-I
(Algebra and Trigonometry)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 40

नोट - खण्ड अ, ब एवं स के सभी प्रश्नों के हल कीजिए। अंक प्रदर्शित हैं।
एक खण्ड के सभी प्रश्न लगातार क्रमानुसार हल कीजिए। प्रश्न क्रमांक स्पष्ट रूप से अंकित कीजिए।
Note - Attempt all questions from sections A, B & C. Marks are indicated.
Attempt questions of a section in continuation in the given sequence. Mention the question numbers clearly.

खण्ड अ/Section-A

1x5=5अंक

प्रति प्रश्न एक अंक (One mark for each question)
वस्तुनिष्ठ प्रश्न (Objective type questions)

Q.1 सही उत्तर का चयन करें/Choose the correct answer -

(a) कोटि n के इकाई आव्यूह की जाति है
The rank of unit matrix of order n is
(i) 0 (ii) n (iii) 1 (iv) $n-1$

(b) समीकरण हल रखते हैं
Equations have solution
 $x+y+z=6, x-y+z=2, 2x+y-z=1$
(i) $x=1, y=1, z=1$ (ii) $x=1, y=3, z=2$
(iii) $x=2, y=1, z=3$ (iv) $x=1, y=2, z=3$

(c) n वी घात का प्रत्येक समीकरण रखता है
(i) n से अधिक मूल (ii) n से कम मूल
(iii) n मूल (iv) इनमें से कोई नहीं
Every equation of n^{th} degree has
(i) more than n roots (ii) less than n roots
(iii) n roots (iv) None of these

(d) निम्नलिखित में से कौन सा डी-मार्गन का नियम है
Which of the following is De-Morgan law
(i) $p \wedge q \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$ (ii) $p \vee q \Leftrightarrow p \wedge q$
(iii) $\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$ (iv) None of these/इनमें से कोई नहीं

(e) यदि n धनात्मक पूर्णांक है, तब
If n is positive integer, then
 $(\sin \theta + i \cos \theta)^n =$
(i) $\cos n(\pi/2 - \theta) + i \sin n(\pi/2 - \theta)$
(ii) $\cos n(\pi/2 - \theta) - i \sin n(\pi/2 - \theta)$
(iii) $\sin n(\pi/2 - \theta) + i \cos n(\pi/2 - \theta)$
(iv) none of these / इनमें से कोई नहीं

खण्ड ब/Section-B

2x5=10अंक

लघुउत्तरीय प्रश्न (Short answer type questions)
प्रति प्रश्न दो अंक (Two marks for each question)

Q.2 सिद्ध कीजिए किसी ऐकिक आव्यूह के आइगेन मान इकाई मापांक के होते हैं
Prove that the eigen values of a unitary matrix are of unit modules.

अथवा/or

सिद्ध कीजिए किसी हर्मिटी आव्यूह के आइगेन मान वास्तविक होते हैं।
Prove that the eigen values of a Hermetion matrix are real.

Q.3 क्रैमर नियम से हल कीजिए

Solve by Cramer's rule

$$\begin{aligned} x+y+z &= 9 \\ 2x+5y+7z &= 52 \\ 2x+y+z &= 0 \end{aligned}$$

अथवा/or

यदि A एक n -पंक्ति व्युत्क्रमणीय आव्यूह है, X एक $m \times 1$ आव्यूह है, B एक $n \times 1$ आव्यूह है, तो सिद्ध कीजिए कि समीकरणों का निकाय $AX=B$ एक अद्वितीय हल रखता है।

If A be an n-rowed non singular matrix, X be an $m \times 1$ matrix, B be an $n \times 1$ matrix, then prove that the system of equations $AX=B$ has a unique solution.

Q.4 भागफल और शेषफल ज्ञात कीजिए जब x^5+2x^2-x+4 को $x+2$ से भाग दिया जाता है।

Find the quotient and remainder when the polynomial x^5+2x^2-x+4 is divided by $x+2$.

अथवा/or

यदि समीकरण $x^n-1=0$ के मूल $1, \alpha, \beta, \gamma, \dots$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma) \dots = n$

If $1, \alpha, \beta, \gamma, \dots$ are the roots of the equation $x^n-1=0$, then prove that $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma) \dots = n$

Q.5 सिद्ध कीजिए $P \Rightarrow q \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$ एक पुनरुक्ति है

Prove that $P \Rightarrow q \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$ is a tautology.

अथवा/or

बूलीन बीजगणित B के किन्ही दो अवयव α और β के लिए सिद्ध कीजिए

For any two elements α and β of Boolean algebra B prove that

(i) $(\alpha + \beta)' = \alpha' \circ \beta'$

(ii) $(\alpha \circ \beta)' = \alpha' + \beta', \quad \forall \alpha, \beta \in B$

Q.6 यदि $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$, तब सिद्ध कीजिए $x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \cos n\theta$ और

$$x^n - \frac{1}{x^n} = 2i \sin n\theta$$

If $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$, then prove that $x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \cos n\theta$ and

$$x^n - \frac{1}{x^n} = 2i \sin n\theta$$

अथवा/or

सिद्ध कीजिए

Prove that

(i) $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

(ii) $\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x$

खण्ड स/Section-C

5x5=25अंक

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (Long answer type questions)

प्रति प्रश्न पांच अंक (Five marks for each question)

Q.7 निम्नलिखित आव्यूह को पंक्ति-समानीत ऐशेलान रूप में समानयन कीजिए और इसकी जाति ज्ञात कीजिए

Reduce the following matrix to the row-reduced echelon form and determine its rank

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

अथवा/or

आव्यूह A के अभिलाक्षणिक मूलों एवं संगत अभिलाक्षिक सदिशों को ज्ञात करो

Find all the eigen values and the corresponding eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Q.8 आव्यूह विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए
Solve the following equations by using matrix method

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$3x + y + 2z = 11$$

$$2x + 3y + z = 11$$

अथवा/or

5

सत्यापित कीजिए कि आव्यूह A अपने स्वयं के अभिलाक्षणिक समीकरण को सन्तुष्ट करती है

Show that the matrix A satisfies its own characteristic equation

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Q.9 बहुपदों $f(x)=2x^3-4x^2+x-2$ तथा $g(x)=x^2-x-2$ का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए।

Find the g.c.d. of the polynomials $f(x)=2x^3-4x^2+x-2$ and $g(x)=x^2-x-2$

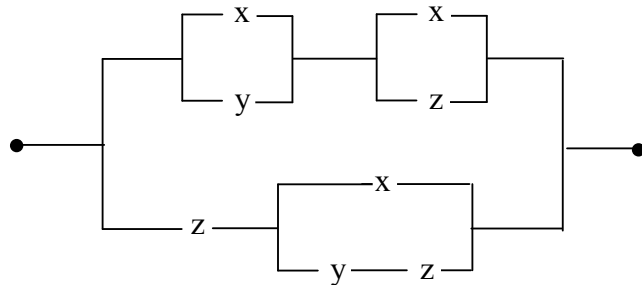
अथवा/or

समीकरण $x^3-3x^2-16x+48=0$ के मूलों को ज्ञात कीजिए जबकि दो मूलों का योग शून्य है

Find the roots of the equation $x^3-3x^2-16x+48=0$ when the sum of two roots is zero.

Q.10 निम्नलिखित स्विचन परिपथ को सरलीकृत स्विच परिपथ से प्रतिस्थापित कीजिए

Replace the following switching circuit by a simple switch circuit

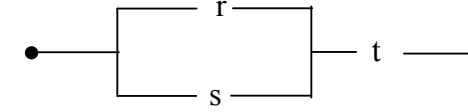


अथवा/or

सिद्ध कीजिए कि बूलीय फलन $r \cdot t + [s \cdot (s' + t) \cdot \{r' + (s \cdot t)\}]$ निम्नलिखित जाल से प्रतिस्थापित होता है

6

Show that the Boolean function $r \cdot t + [s \cdot (s' + t) \cdot \{r' + (s \cdot t)\}]$ is replaced by the following net



Q.11 डी-मार्गनस प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।
State and prove De-Morgan's theorem.

अथवा/or

हल कीजिए।

Solve -

$$x^7 + 1 = 0$$